

# Analisis Numerik Tekuk Torsi-Lateral Balok Baja I *Web Tapered*

Naomi Pratiwi <sup>[1]\*</sup>, Paulus Karta Wijaya <sup>[1]</sup>, Lintang Ayu Dewintasari Hardianto<sup>[1]</sup>

<sup>[1]</sup> Teknik Sipil, Universitas Katolik Parahyangan, Bandung, 40141, Indonesia

Email: [naomi.pratiwi@unpar.ac.id](mailto:naomi.pratiwi@unpar.ac.id)\*

\*) Corresponding Author

Received: 09 October 2025; Revised: 13 February 2026; Accepted: 02 March 2026

**How to cited this article:**

Pratiwi, N., Wijaya, P.K., Hardianto, L.A.D., (2026). Analisis Numerik Tekuk Torsi-Lateral Balok Baja I *Web Tapered*. Jurnal Teknik Sipil, 22(1), 132–XX. <https://doi.org/10.28932/jts.v22i1.13490>

## ABSTRAK

Fenomena *lateral-torsional buckling* (LTB) pada balok baja nonprismatik jenis *web-tapered* hingga kini belum tercakup secara eksplisit dalam SNI 1729:2020 yang standarnya masih berbasis pada profil prismatik. Kondisi tersebut menyebabkan ketidakpastian dalam estimasi kapasitas momen kritis balok dengan variasi penampang. Penelitian ini mengkaji perilaku LTB balok *web-tapered* menggunakan metode analisis elemen hingga nonlinier dengan mempertimbangkan efek ketidaksempurnaan geometri dan tegangan sisa. Studi parametrik dilakukan terhadap variasi rasio *taper*, panjang bentang tak terbreis, jenis beban (terdistribusi merata dan terpusat) serta lokasi aplikasi beban (pada pusat geser dan *flens* atas). Hasil analisis menunjukkan bahwa pengaruh ketidaksempurnaan dan tegangan sisa menurunkan momen kritis rata-rata 23%. Peningkatan rasio *taper*, panjang bentang, dan lokasi serta jenis beban juga menurunkan momen kritis. Berdasarkan hasil kalibrasi terhadap data numerik, diusulkan persamaan faktor koreksi geometri dan pembebanan untuk memodifikasi formulasi momen kritis SNI 1729:2020. Model yang dikembangkan menunjukkan kesesuaian yang baik dengan rata-rata perebedaan sebesar 3,99%, maksimum perbedaan 13,96%, dan koefisien determinasi sebesar 0,92. Persamaan yang diusulkan menyediakan pendekatan desain yang lebih praktis untuk aplikasi dalam perencanaan balok anak baja.

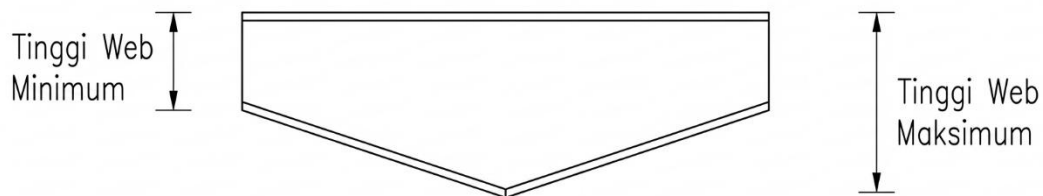
**Kata kunci:** Analisis Elemen Hingga, Faktor Koreksi, Momen Kritis, Tekuk Torsi-Lateral, *Web-Tapered*.

**ABSTRACT.** Numerical Analysis of Lateral-Torsional Buckling in Tapered Web I-Steel Beams. The phenomenon of lateral-torsional buckling (LTB) in nonprismatic web-tapered steel beams is not yet explicitly covered in SNI 1729:2020, which was developed based on prismatic sections. This regulatory gap creates uncertainties in determining the capacity of beams with varying cross-sections. This study investigates the LTB behavior of web-tapered beams through nonlinear finite element analysis, accounting for geometric imperfections and residual stresses. A parametric analysis was conducted by varying the taper ratio, unbraced length, and load application points (at the shear center and top flange) for both uniformly distributed and concentrated loads. The results indicate that the combined effects of geometric imperfections and residual stresses reduce the critical moment by approximately 23% on average relative to the critical moment formulation. Furthermore, increasing taper ratio, unbraced length, and the destabilizing load configurations further decrease the critical moment capacity. Based on calibration against the numerical dataset, a set of geometric and loading correction factors is proposed to modify the critical moment formulation in SNI 1729:2020. The proposed model demonstrates good agreement with the numerical results, with an average prediction error of 3.99%, a maximum deviation of 13.96%, and a coefficient of determination ( $R^2$ ) of 0.92. The resulting equation provides a practical and rational design-oriented approach for secondary steel beam applications without requiring full nonlinear finite element analysis.

**Keywords:** Finite Element Analysis, Correction Factor, Critical Moment, Lateral-Torsional Buckling, *Web Tapered Beam*.

## 1. PENDAHULUAN

Inovasi dalam struktur baja terus dikembangkan untuk meningkatkan efisiensi material dan kinerja struktural, khususnya pada komponen yang digunakan secara massal dan berulang seperti balok anak pada sistem lantai. Salah satu solusi yang umum diterapkan adalah penggunaan balok nonprismatik atau *web-tapered*. Dengan menyesuaikan tinggi penampang terhadap distribusi momen lentur, yaitu penampang membesar di tengah bentang dan mengecil di tumpuan seperti pada Gambar 1. Penghematan volume baja dapat menjadi signifikan, terutama pada sistem lantai dengan bentang panjang dan jumlah balok yang besar. Namun, peningkatan efisiensi ini berbanding lurus dengan kompleksitas analisis stabilitas, khususnya terhadap fenomena *lateral-torsional buckling* (LTB).



Gambar 1. Bentuk Balok *Web-Tapered*

Hingga saat ini, ketentuan desain dalam SNI 1729:2020 (Badan Standardisasi Nasional, 2020) masih didasarkan pada asumsi balok prismatik. Padahal, LTB pada balok nonprismatik secara teoretis berbeda karena adanya variasi properti penampang di sepanjang sumbu balok. Pada balok *web-tapered*, penggunaan properti penampang berdasarkan tinggi maksimum cenderung menghasilkan estimasi momen kritis yang lebih tinggi dari kondisi aktual, sedangkan penggunaan properti berdasarkan tinggi minimum cenderung menghasilkan estimasi yang lebih rendah.

Meskipun AISC *Design Guide 25* (Kaehler & White, 2011) telah memperluas cakupan desain nonprismatik, keterbatasan signifikan masih ditemukan pada kasus pembebanan transversal. Sebagian besar studi terdahulu dan pedoman desain yang ada cenderung menitikberatkan pada beban momen ujung atau distribusi momen ideal. Hingga saat ini, belum tersedia rumusan analitis yang secara khusus mampu memprediksi momen kritis ( $M_{cr}$ ) balok *web-tapered* akibat pembebanan transversal. Selain itu, pengaruh posisi titik kerja beban pada pusat geser atau *flens* atas seringkali hanya diperhitungkan secara konservatif atau memerlukan analisis numerik yang kompleks. Kondisi tersebut menunjukkan kebutuhan akan formulasi praktis yang dapat diadopsi oleh perencana struktur tanpa memerlukan pemodelan elemen yang kompleks dan memakan waktu.

Berdasarkan identifikasi permasalahan tersebut, penelitian ini bertujuan untuk menganalisis pengaruh variasi tinggi *web*, panjang bentang tak terbreis, dan posisi beban

transversal terhadap kapasitas momen kritis balok *web-tapered*. Selain itu, penelitian ini mengevaluasi perilaku *lateral-torsional buckling* melalui analisis elemen hingga nonlinier dengan mempertimbangkan ketidaksempurnaan geometri awal dan tegangan sisa. Hasil analisis tersebut digunakan untuk mengusulkan faktor koreksi geometri dan lokasi pembebanan yang dapat memodifikasi persamaan momen kritis dalam SNI 1729:2020 agar dapat diaplikasikan secara lebih akurat dan praktis pada balok *web-tapered*.

## 2. METODOLOGI

### 2.1 Landasan Teoretis dan Formulasi Momen Kritis

Penelitian diawali dengan perumusan parameter geometri balok *web-tapered* berdasarkan variasi properti penampang di sepanjang sumbu balok. Secara teoretis, perilaku *lateral-torsional buckling* (LTB) pada komponen nonprismatik memiliki karakteristik yang berbeda dari profil prismatik akibat perubahan inersia dan konstanta torsi. Formulasi variasi dan metode Rayleigh-Ritz yang dikembangkan menjadi landasan utama dalam memahami transisi perilaku tekuk ini (Andrade & Camotim, 2005). Namun, penelitian tersebut hanya meninjau beban terpusat dan momen ujung pada balok tertumpu sederhana, serta belum memperhitungkan pengaruh dari lokasi beban yang bekerja. Selain itu, (Yilmaz, 2024) memperkenalkan model analitis terbaru untuk kapasitas LTB pada balok kantilever, sementara Tankova et al. (2018) memperkuat pemahaman perilaku ini melalui studi eksperimental pada profil penampang-I tipe *haunched* dengan beban transversal di ujung balok. Belum ada hubungan antara penelitian dan implementasi ke pedoman desain praktis.

Secara konvensional, LTB dipengaruhi oleh panjang tak terbreis ( $L_b$ ), distribusi momen, dan kondisi batas. Untuk kondisi elastis, momen kritis ( $M_{cr}$ ) dihitung berdasarkan SNI 1729:2020 Pasal F2 menggunakan Persamaan (1) dan Persamaan (2).

$$M_{cr} = F_{cr} S_x \quad (1)$$

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{L_b}{r_{ts}}\right)^2} \sqrt{1 + 0,078 \frac{J_c}{S_x h_0} \left(\frac{L_b}{r_{ts}}\right)^2} \quad (2)$$

Keterangan:

$M_{cr}$  = momen kritis tekuk torsi lateral (Nmm)

$E$  = modulus elastisitas baja (MPa)

$J$  = konstanta torsi ( $\text{mm}^4$ )

$h_0$  = jarak antara dua titik pusat *flens* (mm)

$r_{ts}$  = radius girasi efektif (mm)

$S_x$  = modulus penampang terhadap sumbu kuat ( $\text{mm}^3$ )

$L_b$  = panjang bentang tak terkekang (mm)

Tekuk torsi-lateral inelastis terjadi ketika balok sudah mengalami kelelahan. Pada kondisi ini, tegangan lentur yang terjadi pada balok sudah melebihi tegangan leleh. Momen kritis pada saat tekuk torsi-lateral inelastis terjadi dapat dihitung dengan Persamaan (3).

$$M_{cr} = \left[ M_p - (M_p - 0,7F_y S_x) \left( \frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \quad (3)$$

Keterangan:

$M_p$  = momen plastis (Nmm)

$F_y$  = tegangan leleh (MPa)

$L_p$  = panjang tak terbreis lateral untuk kondisi batas leleh (mm) menurut Persamaan (4)

$L_r$  = panjang tak terbreis lateral untuk kondisi batas inelastis (mm) menurut Persamaan (5)

$$L_p = 1,76 r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}} \quad (4)$$

$$L_r = 1,95 r_{ts} \frac{E}{0,7F_y} \sqrt{\frac{J_c}{S_x h_0} + \sqrt{\left( \frac{J_c}{S_x h_0} \right)^2 + 6,76 \left( \frac{0,7F_y}{E} \right)^2}} \quad (5)$$

Keterangan:

$r_y$  = radius girasi terhadap sumbu y (mm)

$c$  = 1, untuk penampang simetris ganda

Persamaan-persamaan tersebut hanya berlaku untuk balok yang mengalami momen seragam sepanjang bentang. Faktor modifikasi momen tak seragam ( $C_b$ ) diperlukan untuk menghitung momen kritis balok yang mengalami momen tak seragam sepanjang bentang balok. Faktor modifikasi dihitung menggunakan Persamaan (6) dengan  $M_{max}$ ,  $M_A$ ,  $M_B$ ,  $M_C$  berturut-turut adalah momen lentur maksimum balok, pada seperempat bentang, tengah bentang, dan tiga-perempat bentang. Dengan memperhitungkan faktor  $C_b$ , maka persamaan momen kritis yang mengalami momen tak seragam menjadi Persamaan (1) untuk kondisi elastis atau Persamaan (3) untuk kondisi inelastis dikalikan dengan faktor  $C_b$ .

$$C_b = \frac{12,5 M_{max}}{2,5 M_{max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} \quad (6)$$

Persamaan-persamaan tersebut dikembangkan untuk balok prismatik dengan properti penampang konstan sepanjang bentang. Pada balok *web-tapered*, variasi inersia, konstanta torsi, dan modulus penampang menyebabkan asumsi keseragaman properti tidak lagi terpenuhi. Oleh

karena itu, persamaan SNI 1729:2020 tidak dapat langsung diterapkan tanpa modifikasi, sehingga diperlukan pendekatan numerik untuk mengevaluasi deviasi kapasitas yang terjadi.

Mengingat kompleksitas geometri nonprismatik (Kucukler & Gardner, 2019) mengusulkan metode reduksi kekakuan, sementara (Yılmaz et al., 2023) mengkaji perilaku tersebut secara numerik pada elemen kantilever. Kapasitas ini juga sangat sensitif terhadap posisi beban transversal. (Yılmaz, 2025) mencatat pengurangan kapasitas signifikan jika beban tidak bekerja di pusat geser, dan (De'nan et al., 2024) menekankan bahwa sensitivitas ini meningkat pada profil dengan variasi penampang tertentu. Walaupun demikian, hingga saat ini belum tersedia persamaan momen kritis yang tervalidasi secara komprehensif dan dapat langsung diintegrasikan ke dalam prosedur desain untuk balok anak *web-tapered* dengan variasi geometri dan posisi beban transversal terdistribusi merata dan beban terpusat.

## 2.2 Pengembangan Model Numerik

Model numerik yang dikembangkan dalam penelitian ini dimaksudkan untuk mengisi keterbatasan dari persamaan analitis untuk komponen struktur nonprismatik. Guna mendapatkan akurasi yang lebih tinggi dibandingkan pendekatan analitik konvensional, penelitian ini menerapkan analisis elemen hingga nonlinier menggunakan perangkat lunak ADINA.

### 2.2.1 Parameter Geometri dan Material

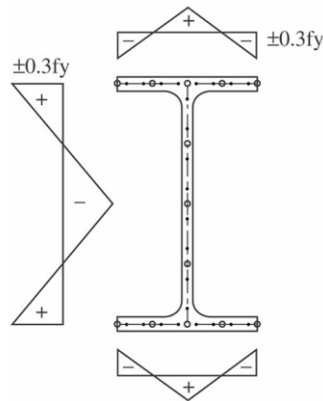
Variabel utama meliputi rasio *taper* (tinggi *web*), panjang bentang tak terbreis ( $L_b = 4$  m hingga 10 m), dan posisi beban transversal. Properti material menggunakan model elasto-plastis bilinear dengan  $F_y = 250$  MPa,  $F_u = 410$  MPa, dan  $E = 200$  GPa. Detail ukuran penampang yang ditinjau disajikan pada Tabel 1.

**Tabel 1.** Nomenklatur Model Numerik Variasi Tinggi *Web*

Nama Model	Tinggi <i>Web</i> Min. (mm)	Tinggi <i>Web</i> Maks. (mm)	Tebal <i>Web</i> (mm)	Lebar <i>Flens</i> (mm)	Tebal <i>Flens</i> (mm)
B2-5	200	500	10	200	16
B3-5	300	500			
B4-5	400	500			
B3-6	300	600	11	200	17
B4-6	400	600			
B5-6	500	600			

### 2.2.2 Ketidaktepatan Geometri dan Tegangan Sisa

Ketidaktepatan awal dimodelkan berdasarkan ragam tekuk pertama (*first buckling mode*) dari analisis *eigenvalue* dengan amplitudo  $L_b / 2000$ . Tegangan sisa akibat fabrikasi dimasukkan sesuai pola distribusi pada Gambar 2. Hal ini krusial karena pengabaian tegangan sisa pada balok *web-tapered* dapat menghasilkan estimasi kapasitas yang tidak konservatif (terlalu optimis) (Varunkumar & Kaliyamoorthy 2025).

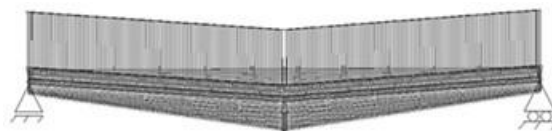


Gambar 2. Distribusi Tegangan Sisa (Mesquita et al., 2005)

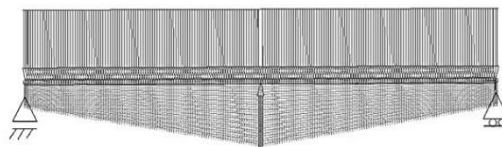
### 2.2.3 Prosedur Analisis dan Validasi

Pemodelan menggunakan elemen *shell* dengan kerapatan *mesh* 12 elemen pada *flens*, 24 elemen pada *web*, serta *mesh* ukuran 20 mm sepanjang longitudinal balok guna memastikan konvergensi (perubahan  $M_{cr} < 2\%$ ). Kondisi batas diatur sebagai tumpuan sederhana (*pinned/roller*) dengan batasan puntir pada ujung balok. Beban transversal divariasikan menjadi beban merata dan terpusat, baik di pusat geser maupun *flens* atas, merujuk pada analisis eksentrisitas (Trahair, 2017) seperti pada Gambar 3 sampai dengan Gambar 6.

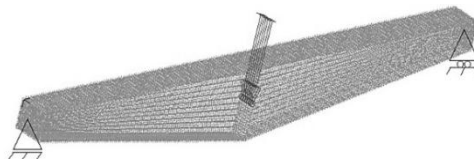
Untuk menjamin keandalan model, validasi dilakukan terhadap balok prismatik dengan membandingkan hasil numerik terhadap nilai teoritis SNI 1729:2020. Perbedaan hasil yang ditemukan berada di bawah 5%, sehingga model dinyatakan valid untuk mengevaluasi faktor koreksi baru guna memodifikasi persamaan sebagaimana disarankan oleh pendekatan Kaehler & White (2011) dan Slein et al. (2022).



Gambar 3. Model Dengan Beban Terdistribusi Merata Pada Pusat Geser



Gambar 4. Model Dengan Beban Terdistribusi Merata Pada *Flens* Atas



Gambar 5. Model Dengan Beban Terpusat Pada Pusat Geser



**Gambar 6.** Model Dengan Beban Terpusat Pada *Flens* Atas

### 3. HASIL DAN DISKUSI

#### 3.1 Validasi Model

Momen kritis hasil dari analisis numerik model validasi berupa balok prismatis dibandingkan dengan momen kritis hasil perhitungan rumus dalam SNI 1729:2020 persamaan F2-3 (Badan Standardisasi Nasional, 2020). Balok prismatis yang digunakan adalah penampang IWF500×200×16×10 dan IWF600×200×17×11 dengan panjang bentang 8 m, 9 m, dan 10 m (lebih dari  $L_r$ ) dan dengan beban merata sepanjang bentang di pusat geser (BM) dan terpusat di tengah bentang di pusat geser (BP). Tabel 2 menampilkan nilai  $M_{cr}$  hasil analisis tekuk linear dari ADINA dengan nilai hasil perhitungan berdasarkan persamaan  $M_{cr}$  dalam SNI 1729:2020. Mengacu pada hasil perbandingan tersebut, dapat dikatakan bahwa seluruh asumsi serta permodelan elemen hingga yang digunakan sudah benar dan dapat dilanjutkan untuk variasi geometri dan pembebanan selanjutnya.

**Tabel 2.** Perbandingan  $M_{cr}$  Numerik vs Rumus SNI 1729:2020 untuk Validasi Model

Profil	Beban	$L_b$ (m)	$M_{cr}$ (kNm) (ADINA)	$M_{cr}$ (kNm) (SNI 1729)	% beda
IWF 500×200×16×10	BM	8	282,30	282,62	-0,11
		9	239,91	240,02	-0,05
		10	208,48	208,52	-0,02
	BP	8	334,93	327,24	2,35
		9	284,91	277,92	2,51
		10	247,74	241,44	2,61
IWF 600×200×17×11	BM	8	343,46	344,81	-0,25
		9	290,47	291,35	-0,30
		10	251,38	252,01	-0,25
	BP	8	407,31	399,25	2,02
		9	345,04	337,35	2,28
		10	298,92	291,80	2,44

#### 3.2 Hasil Analisis - Beban Merata di Pusat Geser

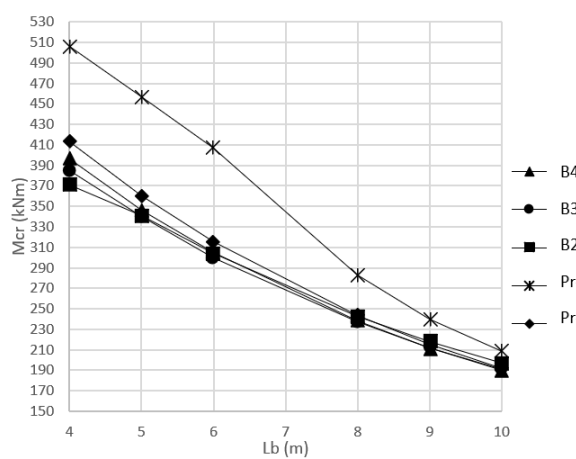
Analisis nonlinier dengan mempertimbangkan ketidaksempurnaan dan tegangan sisa menghasilkan momen kritis yang dibandingkan dengan  $M_{cr}$  hasil persamaan SNI 1729:2020. Tabel 3, Gambar 7 dan Gambar 8 memperlihatkan hasil perbandingan untuk balok *web-tapered* dan balok prismatis ( $P_r$ ) dengan beban merata di pusat geser, hasil analisis numerik ADINA

dengan perhitungan balok prismatis berdasarkan rumus SNI 1729:2020. Rasio taper  $\alpha$  dihitung menggunakan Persamaan (7).

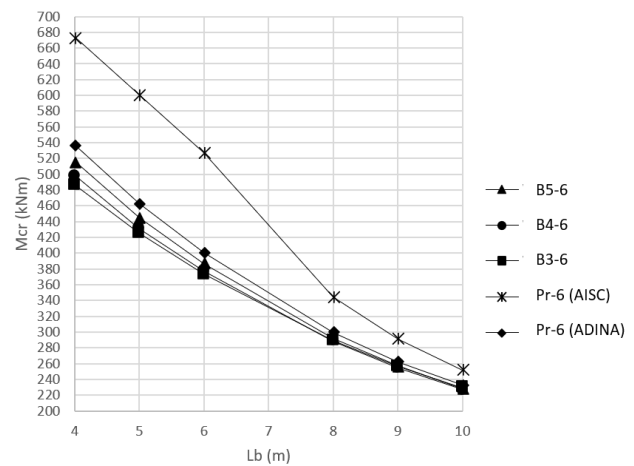
$$\alpha = \frac{\text{Tinggi web maksimum} - \text{Tinggi web minimum}}{\text{Tinggi web maksimum}} \quad (7)$$

**Tabel 3.** Perbandingan  $M_{cr}$  Balok *Web-Tapered* dengan Hasil Rumus SNI 1729 (Beban Merata – Pusat Geser)

L <sub>b</sub> (m)	Momen Kritis (kNm)				
	Balok Prismatik		Balok <i>Web Tapered</i>		
	SNI 1729	Pr-5 ( $\alpha=0$ )	B4-5 ( $\alpha=0,2$ )	B3-5 ( $\alpha=0,4$ )	B2-5 ( $\alpha=0,6$ )
4	506,19	412,93	396,43	385,22	371,20
5	456,71	359,94	346,18	339,77	340,89
6	407,22	315,28	305,30	299,95	304,21
8	282,62	243,46	238,15	237,19	242,59
9	240,02	215,17	211,60	211,88	217,98
10	208,52	191,94	189,62	190,64	196,74
L <sub>b</sub> (m)	Momen Kritis (kNm)				
	SNI 1729	Pr-6 ( $\alpha=0$ )	B5-6 ( $\alpha=0,17$ )	B4-6 ( $\alpha=0,33$ )	B3-6 ( $\alpha=0,5$ )
	4	673,39	537,24	515,96	497,89
5	600,21	462,18	444,84	431,10	425,15
6	527,04	400,79	386,99	377,03	373,16
8	344,81	299,66	292,18	288,02	288,91
9	291,35	262,33	256,75	254,29	256,26
10	252,01	232,40	228,29	226,89	229,20



**Gambar 7.** Perbandingan  $M_{cr}$  Balok *Web-Tapered*, Tinggi Maks. 500 mm (Beban Merata – Pusat Geser)



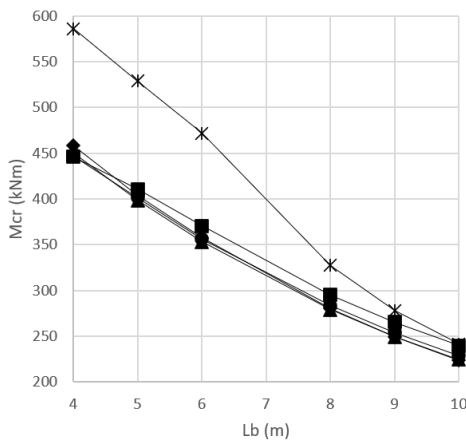
**Gambar 8.** Perbandingan  $M_{cr}$  Balok *Web-Tapered*, Tinggi Maks. 600 mm (Beban Merata – Pusat Geser)

### 3.3 Hasil Analisis - Beban Terpusat Tengah Bentang di Pusat Geser

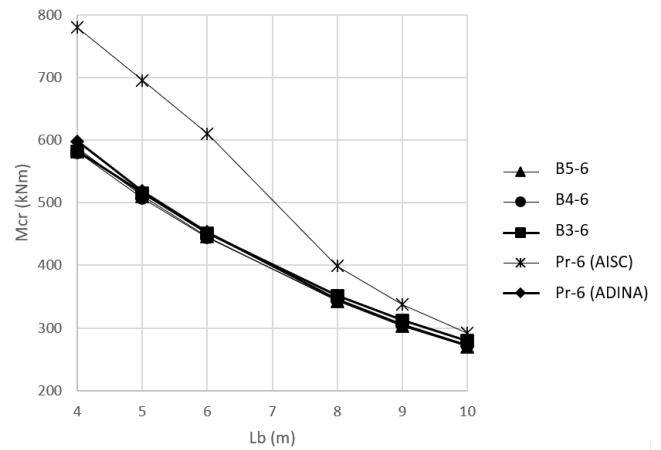
Tabel 4, Gambar 9 dan Gambar 10 memperlihatkan hasil perbandingan momen kritis  $M_{cr}$  untuk balok *web-tapered* dan balok prismatis (Pr) dengan beban terpusat di tengah bentang dan di pusat geser, hasil analisis numerik ADINA dengan perhitungan balok prismatis berdasarkan rumus SNI 1729:2020.

**Tabel 4.** Perbandingan  $M_{cr}$  Balok *Web-Tapered* dengan Hasil Rumus SNI 1729 (Beban Terpusat di Tengah Bentang – Pusat Geser)

$L_b$ (m)	Momen Kritis (kNm)				
	Balok Prismatik		Balok <i>Web Tapered</i>		
	SNI 1729	Pr-5 ( $\alpha=0$ )	B4-5 ( $\alpha=0,2$ )	B3-5 ( $\alpha=0,4$ )	B2-5 ( $\alpha=0,6$ )
4	586,12	458,41	450,05	446,77	445,90
5	528,82	403,93	398,60	401,35	410,71
6	471,52	357,42	353,26	356,19	370,53
8	327,24	280,29	279,02	283,18	295,17
9	277,92	249,41	249,27	253,91	265,42
10	241,44	223,63	224,23	228,92	239,54
$L_b$ (m)	Momen Kritis (kNm)				
	SNI 1729	Pr-6 ( $\alpha=0$ )	B5-6 ( $\alpha=0,17$ )	B4-6 ( $\alpha=0,33$ )	B3-6 ( $\alpha=0,5$ )
	4	779,71	597,65	586,67	580,93
5	694,98	518,72	510,39	507,38	515,23
6	610,25	453,20	446,01	444,42	451,42
8	399,25	346,27	342,77	343,89	351,29
9	337,35	305,00	302,98	304,82	312,11
10	291,80	271,84	270,34	272,61	279,45



**Gambar 9.** Perbandingan  $M_{cr}$  Balok *Web-Tapered*, Tinggi Maks. 500 mm (Beban Terpusat – Pusat Geser)



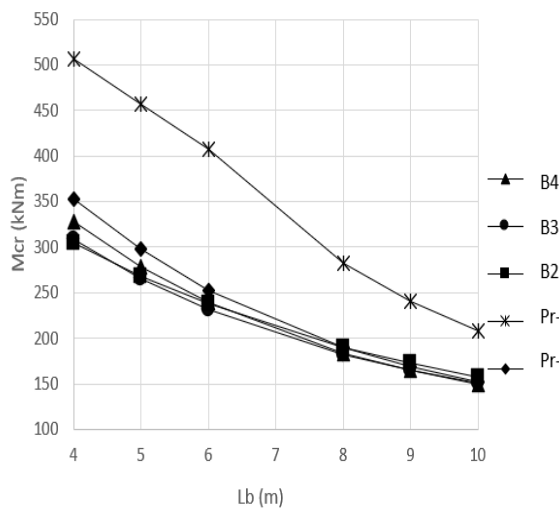
**Gambar 10.** Perbandingan  $M_{cr}$  Balok *Web-Tapered*, Tinggi Maks. 600 mm (Beban Terpusat – Pusat Geser)

### 3.4 Hasil Analisis - Beban Merata di *Flens* Atas

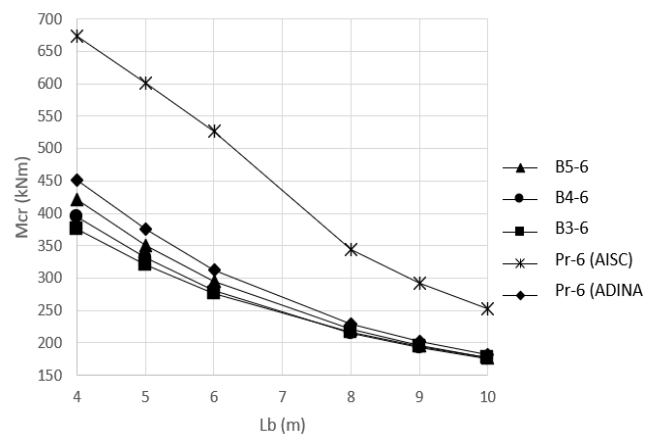
Lokasi pembebanan terhadap pusat geser divariasikan, dalam hal ini beban merata diberikan di sepanjang balok pada lokasi *flens* atas. Tabel 5, Gambar 11, dan Gambar 12 memperlihatkan hasil perbandingan momen kritis  $M_{cr}$  untuk balok *web-tapered* dan balok prismatis (Pr) dengan beban merata sepanjang balok di *flens* atas, yaitu hasil analisis numerik ADINA dengan perhitungan balok prismatis berdasarkan rumus SNI 1729:2020.

**Tabel 5.** Perbandingan  $M_{cr}$  Balok *Web-Tapered* dengan Hasil Rumus SNI 1729:2020 (Beban Merata Sepanjang Balok – *Flens Atas*)

$L_b$ (m)	Momen Kritis (kN.m)				
	Balok Prismatik		Balok <i>Web Tapered</i>		
	SNI 1729	Pr-5 ( $\alpha=0$ )	B4-5 ( $\alpha=0,2$ )	B3-5 ( $\alpha=0,4$ )	B2-5 ( $\alpha=0,6$ )
4	506,19	352,59	328,37	308,55	304,08
5	456,71	297,64	279,01	265,91	267,94
6	407,22	252,98	239,05	231,51	237,55
8	282,62	190,15	183,68	182,44	190,19
9	240,02	168,85	164,59	164,76	172,30
10	208,52	152,14	149,03	150,32	157,29
$L_b$ (m)	Momen Kritis (kN.m)				
	Balok Prismatik		Balok <i>Web Tapered</i>		
	SNI 1729	Pr-6 ( $\alpha=0$ )	B5-6 ( $\alpha=0,17$ )	B4-6 ( $\alpha=0,33$ )	B3-6 ( $\alpha=0,5$ )
4	673,39	451,43	421,70	394,32	374,89
5	600,21	374,90	350,77	330,86	320,11
6	527,04	312,69	294,94	281,52	276,63
8	344,81	229,62	220,45	215,15	216,07
9	291,35	202,46	195,93	192,70	194,60
10	252,01	181,50	176,74	174,81	177,11



**Gambar 11.** Perbandingan  $M_{cr}$  Balok *Web-Tapered*, Tinggi Maks. 500 mm (Beban Merata – *Flens Atas*)



**Gambar 12.** Perbandingan  $M_{cr}$  Balok *Web-Tapered*, Tinggi Maks. 600 mm (Beban Merata – *Flens Atas*)

Hasil numerik menunjukkan bahwa balok *web-tapered* yang dibebani pada *flens* atas mengalami penurunan nilai momen kritis jika dibandingkan dengan momen kritis balok *web-tapered* yang mengalami pembebanan pada pusat geser.

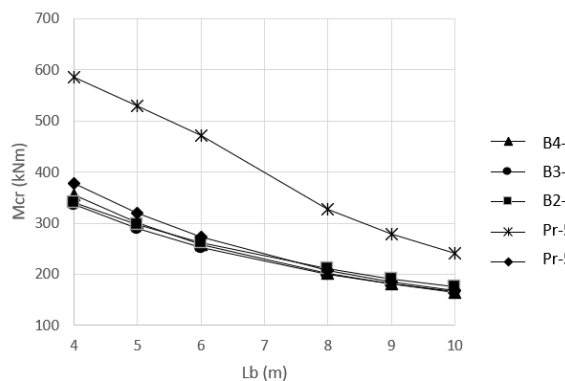
### 3.5 Hasil Analisis - Beban Terpusat Tengah Bentang di *Flens Atas*

Tabel 6, Gambar 13 dan Gambar 14 menunjukkan hasil analisis numerik untuk balok dengan beban terpusat di tengah bentang yang diberikan pada posisi *flens* atas. Nilai momen kritis balok prismatis hasil rumus SNI 1729:2020 dan ADINA untuk balok *web tapered*. Dapat dilihat

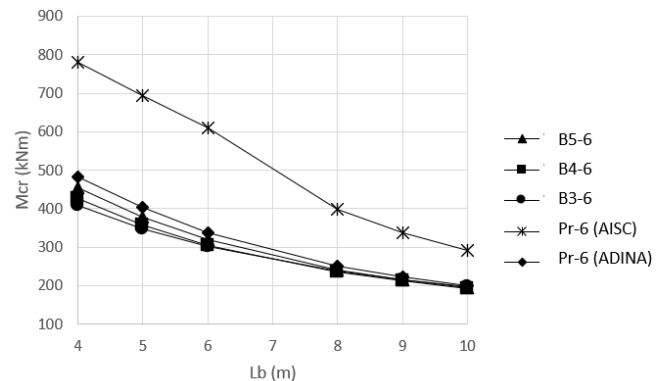
bahwa nilai momen kritis yang dihasilkan lebih kecil dibandingkan dengan momen kritis balok *web tapered* dengan pembebanan pada pusat geser, sama seperti pada beban merata.

**Tabel 6.** Perbandingan  $M_{cr}$  Balok *Web-Tapered* dengan Hasil Rumus SNI 1729:2020 (Beban Terpusat Tengah Bentang – *Flens Atas*)

L <sub>b</sub> (m)	Momen Kritis (kNm)				
	Balok Prismatik		Balok <i>Web Tapered</i>		
	SNI 1729	Pr-5 ( $\alpha=0$ )	B4-5 ( $\alpha=0,2$ )	B3-5 ( $\alpha=0,4$ )	B2-5 ( $\alpha=0,6$ )
4	586,12	378,77	354,92	336,57	340,60
5	528,82	320,26	300,69	289,15	296,90
6	471,52	273,28	258,89	252,50	261,90
8	327,24	207,54	201,06	200,60	210,50
9	277,92	185,19	181,03	181,93	191,14
10	241,44	167,50	164,93	166,56	174,88
L <sub>b</sub> (m)	Momen Kritis (kNm)				
	Balok Prismatik		Balok <i>Web Tapered</i>		
	SNI 1729	Pr-6 ( $\alpha=0$ )	B5-6 ( $\alpha=0,17$ )	B4-6 ( $\alpha=0,33$ )	B3-6 ( $\alpha=0,5$ )
4	779,71	483,89	454,22	426,77	409,66
5	694,98	402,71	377,95	357,78	348,90
6	610,25	337,78	318,87	305,46	302,09
8	399,25	250,62	241,12	236,11	238,32
9	337,35	221,94	215,26	212,42	215,52
10	291,80	199,63	194,87	193,40	196,77



**Gambar 13.** Perbandingan  $M_{cr}$  Balok *Web-Tapered*, Tinggi Maks. 500 mm (Beban Terpusat – *Flens Atas*)



**Gambar 14.** Perbandingan  $M_{cr}$  Balok *Web-Tapered*, Tinggi Maks. 600 mm (Beban Terpusat – *Flens Atas*)

### 3.6 Pembahasan Hasil Analisis Keseluruhan

Secara umum,  $M_{cr}$  hasil analisis numerik lebih rendah dibanding nilai momen kritis hasil perhitungan rumus SNI 1729:2020 yang menunjukkan peran penting dalam memperhitungkan ketidaksempurnaan dan tegangan sisa. Hal ini menunjukkan bahwa perkiraan nilai berdasarkan rumus bersifat konservatif dan *over-estimate*.

Variasi rasio *taper*  $\alpha$  menunjukkan bahwa untuk semua nilai  $\alpha$ , momen kritis yang didapatkan dari hasil analisis numerik lebih kecil daripada nilai momen kritis yang didapatkan

dengan menggunakan perhitungan balok prismatik tinggi maksimum. Untuk  $L_b$  kecil, penurunan momen kritis akibat peningkatan  $\alpha$  cenderung mendekati linier. Pada nilai  $L_b$  yang lebih besar, pengaruh *taper* menjadi lebih dominan dan hubungan tersebut menunjukkan karakter nonlinier yang lebih kuat. Fenomena ini terjadi karena berkurangnya kekakuan *warping* dan kekakuan torsi di daerah tumpuan akibat variasi tinggi *web*, sehingga distribusi ketahanan terhadap *lateral-torsional buckling* tidak lagi seragam sepanjang bentang.

Seperti disampaikan di atas, pengaruh rasio *taper* tidak berdiri sendiri tetapi berinteraksi kuat dengan panjang tidak terbreis,  $L_b$ . Untuk menggeneralisasi pengaruh tersebut, digunakan parameter tak berdimensi pada Persamaan (8).

$$\lambda = \frac{L_b}{h_{maks}} \quad (8)$$

Hasil numerik menunjukkan bahwa untuk nilai  $\lambda$  kecil, reduksi  $M_{cr}$  akibat *taper* relatif terbatas. Pada nilai  $\lambda$  yang lebih besar, penurunan momen kritis meningkat secara signifikan. Secara matematis, interaksi antara  $\alpha$  dan  $\lambda$  merupakan parameter paling berpengaruh terhadap reduksi momen kritis.

Selain itu, reduksi lebih sensitif terjadi apabila beban bekerja pada *flens* atas dibandingkan dengan di pusat geser. Hal ini disebabkan karena *warping restraint* lebih buruk dan momen puntir lebih besar akibat eksentrisitas terhadap pusat geser. Berkenaan dengan jenis beban, beban terpusat memberikan nilai momen kritis yang lebih tinggi jika dibandingkan dengan beban terdistribusi merata dengan konfigurasi yang sama. Hal ini disebabkan kaitannya dengan distribusi momen lentur di sepanjang balok.

### 3.7 Pengembangan Persamaan Usulan untuk Faktor Modifikasi $M_{cr}$

Berdasarkan analisis terhadap seluruh data numerik, parameter yang paling berpengaruh adalah, rasio *taper*  $\alpha$ , parameter  $\lambda$ , dan faktor jenis dan lokasi beban. Persamaan (9) adalah bentuk umum persamaan R, yaitu faktor koreksi momen kritis terhadap persamaan  $M_{cr}$  di SNI 1729:2020 yang memberikan kesesuaian terbaik.

$$R=0,775-0,313\alpha+0,012\alpha\lambda+0,208\alpha^2-0,202\eta-0,011\xi \quad (9)$$

Keterangan:

- $\eta = 1$  untuk beban pada *flens* atas, 0 untuk beban pada pusat geser
- $\xi = 1$  untuk beban terpusat, 0 untuk beban terdistribusi merata

Persamaan (9) sebagai persamaan prediksi yang diusulkan dikalibrasi terhadap hasil analisis numerik yang telah mempertimbangkan pengaruh imperfeksi geometri awal, tegangan sisa, serta variasi geometri *web tapered*. Hasil regresi menunjukkan koefisien determinasi ( $R^2$ ) sebesar 0,92 yang berarti sekitar 92% variasi data numerik dapat dijelaskan oleh model yang

dikembangkan. Untuk kondisi balok prismatik ( $\alpha = 0$ ), diperoleh faktor reduksi sebesar 0,775 terhadap kapasitas nominal yang merepresentasikan pengaruh gabungan dari nonlinieritas material dan tegangan sisa yang telah terakomodasi dalam simulasi numerik. Secara keseluruhan, persamaan yang diusulkan menunjukkan kesesuaian yang baik terhadap hasil numerik serta layak digunakan sebagai model prediksi berbasis desain yang praktis dan rasional.

#### 4. SIMPULAN

Penelitian ini mengevaluasi perilaku *lateral-torsional buckling* (LTB) balok baja *web-tapered* dengan variasi posisi pembebanan transversal menggunakan analisis elemen hingga nonlinier. Hasil penelitian menunjukkan bahwa formulasi momen kritis balok prismatis dalam SNI 1729:2020 menghasilkan estimasi kapasitas yang lebih tinggi apabila diterapkan langsung pada balok *web-tapered*, sehingga diperlukan modifikasi untuk mengakomodasi pengaruh geometri nonprismatis.

Peningkatan panjang bentang tak terbreis dan rasio *taper* terbukti menurunkan momen kritis secara signifikan akibat berkurangnya kekakuan puntir dan meningkatnya sensitivitas terhadap instabilitas LTB. Selain itu, posisi pembebanan memberikan pengaruh yang nyata terhadap kapasitas stabilitas, dimana beban merata pada *flens* atas menghasilkan kondisi paling kritis, sedangkan beban terpusat pada pusat geser menunjukkan respons yang relatif lebih stabil.

Sebagai kontribusi utama, penelitian ini mengusulkan faktor koreksi berbasis hasil kalibrasi numerik untuk memodifikasi persamaan momen kritis balok prismatis dalam SNI 1729:2020 sehingga dapat digunakan pada balok *web tapered*. Model yang diusulkan menunjukkan kesesuaian yang baik terhadap hasil analisis numerik dengan koefisien determinasi sebesar 0,92 dan perbedaan rata-rata sebesar 3,99%. Persamaan ini memberikan pendekatan desain yang lebih praktis untuk perencanaan balok pada struktur baja.

Perlu dicatat bahwa persamaan faktor koreksi yang diusulkan dalam penelitian ini dikembangkan berdasarkan variasi parameter yang masih terbatas, yaitu pada profil WF dengan tinggi maksimum 500 mm dan 600 mm serta rentang rasio *taper* dan panjang bentang tertentu. Oleh karena itu, penerapan persamaan yang diusulkan di luar rentang parameter tersebut, khususnya untuk dimensi penampang yang lebih besar atau konfigurasi geometri yang berbeda, memerlukan verifikasi tambahan sebelum digunakan secara umum dalam praktik desain.

#### 5. DAFTAR PUSTAKA

- Andrade, A., & Camotim, D. (2005). Lateral–Torsional Buckling of Singly Symmetric Tapered Beams: Theory and Applications. *Journal of Engineering Mechanics*, 131(6), 586–597. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(2005\)131:6\(586\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2005)131:6(586))

- Badan Standardisasi Nasional. (2020). *Spesifikasi untuk Bangunan Gedung Baja Struktural (SNI 1729:2020)*.
- De'nan, F., Hashim, N. S., & Mohamad Razak, M. Y. (2024). The nonlinear analysis of tapered steel section with opening due to the effects of bending behavior. *World Journal of Engineering*, 21(4), 720–731. <https://doi.org/10.1108/WJE-08-2022-0341>
- Kaehler, R. C., & White, D. W. (2011). *25 Steel Design Guide Frame Design Using Web-Tapered Members*.
- Kucukler, M., & Gardner, L. (2019). Design of web-tapered steel beams against lateral-torsional buckling through a stiffness reduction method. *Engineering Structures*, 190, 246–261. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.04.008>
- Mesquita, L. M. R., Piloto, P. A. G., Vaz, M. A. P., & Vila Real, P. M. M. (2005). Experimental and numerical research on the critical temperature of laterally unrestrained steel I beams. *Journal of Constructional Steel Research*, 61(10), 1435–1446. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2005.04.003>
- Slein, R., Kamath, A. M., Sherman, R. J., & White, D. W. (2022). Manual Estimation of Elastic Lateral-Torsional Buckling Resistance of Linearly Tapered I-Section Members. *Journal of Structural Engineering*, 148(11). [https://doi.org/10.1061/\(asce\)st.1943-541x.0003497](https://doi.org/10.1061/(asce)st.1943-541x.0003497)
- Tankova, T., Martins, J. P., Simões da Silva, L., Marques, L., Craveiro, H. D., & Santiago, A. (2018). Experimental lateral-torsional buckling behaviour of web tapered I-section steel beams. *Engineering Structures*, 168, 355–370. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.04.084>
- Trahair, N. (2017). Lateral buckling of tapered members. *Engineering Structures*, 151, 518–526. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2017.08.038>
- Varunkumar, P., & Kaliyamoorthy, B. (2025). Impact of Residual Stress on Web Tapered Welded I-Beam. *Lecture Notes in Civil Engineering*, 543 LNCE, 277–285. [https://doi.org/10.1007/978-981-97-6067-1\\_27](https://doi.org/10.1007/978-981-97-6067-1_27)
- Yilmaz, T. (2024). A mathematica code for evaluating lateral-torsional buckling of tapered cantilevers. *E3S Web of Conferences*, 579. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202457901002>
- Yilmaz, T. (2025). LTBWTB: A Mathematica Software to Evaluate the Lateral-Torsional Buckling Load of Web-Tapered Mono-Symmetric I-Section Beams. *Applied Sciences (Switzerland)*, 15(13). <https://doi.org/10.3390/app15137572>
- Yılmaz, T., Sertçelik, M., & Şengel, H. S. (2023). On the evaluation of lateral-torsional buckling of web-tapered cantilevers with doubly symmetric I-section. *Challenge Journal of Structural Mechanics*, 9(4), 153. <https://doi.org/10.20528/cjsmec.2023.04.004>